ÇALIŞMA SORULARI-3

1. Aşağıda katsayı matrisleri verilen $Ax = b$ sistemleri Cramer metodu ile çözünüz.

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$

2. Verilen denklem sistemlerini Cramer metodu ile çözünüz.

a. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 = 7 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 3 \\ -4x_1 + 6x_2 = -5 \end{cases}$

3. Aşağıdaki matrislerin terslerini (varsa) adjoint (eki) yöntemi ile bulunuz.

a. $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

4. Aşağıdaki vektörlerin lineer bağımlı veya bağımsız olup olmadığını gösteriniz.

a. $u_1 = (-1, 2, 3), u_2 = (2, -4, -6), u_3 = (-2, -3, -4)$

b. $u_1 = (0, 0, 2, 2), u_2 = (3, 3, 0, 0), u_3 = (1, 1, 0, -1)$

c. $v_1 = (4, -1, 2), v_2 = (-4, 10, 2)$

d. $u_1 = (-3, 0, 4), u_2 = (5, -1, 2), u_3 = (1, 1, 3)$

5. Wronskian determinant testini kullanarak $f_1(x) = e^x,\; f_2(x) = xe^x,\; f_3(x) = x^2 e^x$ fonksiyonlarının $(-\infty, \infty)$ aralığında lineer bağımsız olduğunu gösteriniz.

Doç. Dr. Niyazi ŞAHİN

6. Wronskian determinant testini kullanarak $f_1(x)=1,\ f_2(x)=x,\ f_3(x)=e^x$ fonksiyonlarının $(-\infty,\infty)$ aralığında lineer bağımsız olduğunu gösteriniz.

7. Wronskian determinant testini kullanarak $f_1(x)=\sin x,\ f_2(x)=\cos x,\ f_3(x)=x\cos x$ fonksiyonlarının $(-\infty,\infty)$ aralığında lineer bağımsız olduğunu gösteriniz.

8. $v_1=(1,2,3,4), v_2=(0,1,0,-1)$ ve $v_3=(1,3,3,3)$ vektörlerinin $\mathbb{R}^4$ ' te lineer bağımlı olduğunu gösteriniz.

9. **8.** soruda verilen her bir vektörü diğer ikisinin bir lineer kombinasyonu olarak ifade ediniz.

10. P_3 üzerindeki $<p,q>=\int_{-1}^{1} p(x)q(x)dx$

iç çarpımı kullanarak $<p,q>$ yu hesaplayınız.

a. $p=1-x+x^2+5x^3,\ q=x-3x^2$

b. $p=x-5x^3,\ q=2+8x^2$

11. u,v ve w vektörlerinin aşağıdaki eşitlikleri sağladığını varsayalım.

$<u,v>=2,\ \ <v,w>=-3,\ \ <u,w>=5$

$\|u\|=1,\ \ \|v\|=2,\ \ \|w\|=7$

Aşağıda verilen ifadeleri hesaplayınız.

a. $<u+v,v+w>$

b. $<2v-w,3u+2w>$

c. $<u-v-2w,4u+v>$

d. $\|u+v\|$

e. $\|2w-v\|$

f. $\|u-2v+4w\|$

12. Euclid iç çarpımını kullanarak aşağıda verilen vektörlerin Cauchy-Schwarz eşitsizliğini sağladığını gösteriniz.

a. $u=(3,2),\ v=(4,-1)$

b. $u=(-3,1,0),\ v=(2,-1,3)$

c. $u=(0,-2,2,1),\ v=(-1,-1,1,1)$

13. $\begin{vmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta)-\cos(\theta) & \sin(\theta)+\cos(\theta) & 1 \end{vmatrix}$ determinant değerinin θ dan bağımsız olduğunu gösteriniz.

14. $A=\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},\ \mathrm{k}=2$ için $\det(kA)=k^n\det(A)$ olduğunu doğrulayınız.

15. $A=\begin{bmatrix} k-3 & -2 \\ -2 & k-2 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi alınabilir olması için k ne olmalıdır ? Bulunuz.

Doç. Dr. Niyazi ŞAHİN

16. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ k & 1 & k \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi alınabilir olması için k ne olmalıdır ? Bulunuz.

17. $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ için $\det(AB)=\det(BA)$ olduğunu doğrulayınız.

18. A , bir $4x4$ boyutunda bir matris ve $\det(A)=-2$ olmak üzere, aşağıdakileri hesaplayınız.

- **a.** $\det(-A)$
- **b.** $\det\left(A^{-1}\right)$
- **c.** $\det\left(2A^{T}\right)$
- **d.** $\det\left(A^{3}\right)$